

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1991/92

Mac/ April 1992

ZCC 308/2 - Ilmu Fizik Moden II

Masa : (2 jam)

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab MANA-MANA EMPAT soalan sahaja.

Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Suatu zarah wujud di dalam suatu 'kotak 3-D' yang keupayaannya diberikan sebagai

$$V = 0$$

apabila  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$ ,  $0 \leq z \leq c$

dan  $V = \infty$  di tempat lain.

- (i) Dapatkan fungsi gelombang dan tenaga zarah itu.

(30/100)

- (ii) Bincangkan dengan teliti keputusan apabila  $a = b = c$ .

(20/100)

- (b) Pertimbangkan suatu elektron yang terhad ke dalam suatu 'kotak 3-D' kubus. Panjang segi adalah  $3.0 \text{ \AA}$ . Cahaya tuju digunakan untuk menentukan posisi elektron itu sampai ke persisian  $\Delta x = 0.05 \text{ \AA}$ . Hitungkan ketaktentuan di dalam momentum elektron itu. Elektron menduduki keadaan dasar sebelum pengukuran posisi dilakukan. Bincangkan kesan pengukuran ini terhadap keadaan elektron melalui penghitungan.

(50/100)

2. (a) Bermula dari Prinsip Keabadian Kebarangkalian, tunjukkan bahawa arus ketumpatan kebarangkalian dapat diberikan sebagai

$$\vec{S} = -\frac{i\hbar}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$$

(25/100)

...2/-

- (b) Tunjukkan juga bahawa bentuk alternatif adalah

$$\begin{aligned}\vec{S} &= -\frac{\hbar}{m} \text{Im}(\psi \nabla \psi^*) \\ &= \text{Re}\left(\frac{i\hbar}{m} \psi \nabla \psi^*\right)\end{aligned}$$

(50/100)

- (c) Suatu bim zarah dihuraikan dengan fungsi

$$\psi = A \exp [i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)]$$

Dapatkan arus ketumpatan kebarangkaliannya.

(25/100)

3. (a) Nyatakan postulat-postulat Mekanik Kuantum.

(25/100)

- (b) Tunjukkan nilai-eigen bagi suatu operator Hermitian adalah suatu nombor hakiki.

(25/100)

- (c) Tunjukkan bahawa dua fungsi-eigen bagi satu operator Hermitian adalah ortogonal jikalau nilai-nilai eigen yang sepadan tidak sama.

(25/100)

- (d) Tunjukkan dua operator yang berkomut mempunyai set fungsi-eigen yang sama.  
(Anggap operator-operator mempunyai nilai-eigen yang tak degenerat.)

(25/100)

4. Persamaan Schrödinger bagi satu osilator harmonik linear 1-D ialah

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 - E \right] \psi(x) = 0$$

Dua fungsi-eigen persamaan ini ialah

$$\psi = \sqrt{\alpha/\pi}^{\frac{1}{2}} \exp [-\alpha^2 x^2/2] \quad \text{dan}$$

$$\psi' = \sqrt{2\alpha^3/\pi}^{\frac{1}{2}} x \exp [-\alpha^2 x^2/2]$$

di mana  $\alpha = \sqrt{m\omega/\hbar}$  . 254

...3/-

- (a) Dapatkan nilai-eigen berkenaan dengan kedua-dua fungsi-eigen itu.  
Berapakah nilai jarak-gelombang foton yang akan menyebabkan peralihan di antara dua paras tenaga itu?

(25/100)

- (b) Dua operator ditakrifkan sebagai

$$\hat{a}^+ = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} x - \frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\hat{a}^- = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} x + \frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \frac{\partial}{\partial x}$$

Hitungkan

- (i)  $\hat{a}^+ \psi$  dan  
(ii)  $\hat{a}^- \psi'$

Apakah kesimpulan yang boleh dibuat terhadap  $\hat{a}^+$  dan  $\hat{a}^-$ ?

(25/100)

- (c) Tunjukkan  $\psi$  dan  $\psi'$  adalah ortogonal. (25/100)  
(d) Suatu fungsi keadaan sistem ini dinyatakan sebagai

$$\phi = 3\psi + 4\psi'$$

Kalau pengukuran tenaga dilakukan ke atas  $\phi$ , berapakah nilainya?

(25/100)

5. (a) Persamaan jejarian Schrödinger untuk keadaan dasar atom hidrogen ialah:

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) R = 0$$

Tunjukkan bahawa:

$$R(r) = C_n e^{-r/a_0}$$

di mana

$$C_n = 2a_0^{-3/2} = 2 \left[ \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} \right]^{-3/2}$$

...4/-

adalah penyelesaian yang menghasilkan tenaga

$$E = - \frac{\hbar^2}{2\mu a_0^2}$$

( $a_0$  ialah jejari Bohr)

(50/100)

- (b) Tentukan jarak  $r$  daripada nukleus yang paling mungkin untuk mencari sesuatu elektron yang menduduki keadaan di atas.

(25/100)

- (c) Tentukan kemungkinan untuk mencari sesuatu elektron yang menduduki keadaan di atas di kawasan  $0 < r < 2a_0$ .

(25/100)

- oooOooo -